



ESTRELLAS DE NEUTRONES I. UNA DESCRIPCIÓN RELATIVISTA

Luis Fernando Madrigal Ayala ^{a,*}, Emmanuel Acosta Espinoza ^a

^a Departamento de Astronomía, Universidad de Guanajuato, Callejón de Jalisco S/N, Col. Valenciana, CP: 36023, Guanajuato, Gto, México. lf.madrigalayala@ugto.mx

Resumen

Las condiciones físicas dentro de las estrellas de neutrones requieren de la física nuclear y la relatividad general para describirlas. Aquí presentamos la primera parte de una serie de artículos dedicados a revisar aspectos generales de este tipo de estrellas, particularmente los concernientes a la relatividad general.

Palabras clave: Objetos Compactos; Relatividad General; Estrellas de Neutrones.

NEUTRON STARS I. A GENERAL RELATIVITY OVERVIEW

Abstract

Physical conditions inside neutron stars require nuclear physics and general relativity to be described. Here, we present the first part of a series of articles devoted to review general aspects of this kind of stars, particularly those concerning with general relativity.

Keywords: Compact Objects; General relativity; Neutron stars.



1. Introducción

Dos años después del descubrimiento del neutrón por parte de James Chadwick (1891-1974), Walter Baade (1893-1960) y Fritz Zwicky (1898-1974) propusieron la idea de una estrella de neutrones como el resultado de una supernova al estudiar la cantidad de energía gravitacional liberada por el objeto compacto dentro de la pre-supernova (Baade & Zwicky, 1934; Chadwick, 1932). El primer intento de describir el interior de las estrellas de neutrones fue realizado por George Gamow (1904-1968) quien demostró en 1937 que una estrella de neutrones tendría densidades del orden de $\sim 10^{17} \text{ kg m}^{-3}$ (Gamow, 1937). A estas escalas, los efectos gravitacionales deben tratarse dentro del marco de la relatividad general. Así, los primeros modelos teóricos para estrellas relativistas incluyen los trabajos de Karl Schwarzschild (1873-1916), Richard C. Tolman (1881-1948), y Robert Oppenheimer (1904-1967) y George Volkoff (1914-2000). Schwarzschild encontró las primeras soluciones analíticas que permitieron describir estrellas con densidad uniforme de energía (Schwarzschild, 1999b), Tolman desarrolló un método para encontrar soluciones para esferas de fluidos estáticas (Tolman, 1939).

Oppenheimer y Volkoff utilizaron las soluciones de Tolman para estudiar el equilibrio gravitacional de las estrellas de neutrones, estableciendo las bases de la relatividad general para las estructuras estelares (Oppenheimer & Volkoff, 1939).

Hoy en día, la búsqueda de soluciones físicamente aceptables de las ecuaciones de Einstein para describir el interior de las estrellas de neutrones constituye un aspecto fundamental para entender los estados finales de la evolución estelar y de la estructura interna de los objetos compactos.

La primera parte de esta serie de artículos está organizada de la siguiente manera: en la segunda sección discutimos la formación y propiedades de los objetos compactos. En la tercera sección, presentamos el marco teórico de la relatividad general que permite describir la estructura interna de las estrellas de neutrones y las propiedades físicas que se espera que éstas posean. En la última parte discutimos las implicaciones que la ecuación de estado relativista tiene sobre el valor de las propiedades observacionales de las estrellas de neutrones, en particular sobre la masa límite que deben tener estos objetos.



2. Formación de las estrellas de neutrones

Una estrella pasa el 90% de su evolución fusionando hidrógeno en helio (en un proceso llamado quemado nuclear del hidrogeno) durante la llamada secuencia principal. Cuando este quemado nuclear termina, la estrella empieza a adquirir una estructura en forma de capas: los elementos más pesados se forman en las capas interiores y los más ligeros se van depositando en las capas exteriores (vea la **Figura 1**). Durante este proceso la estrella comenzará a aumentar de tamaño.

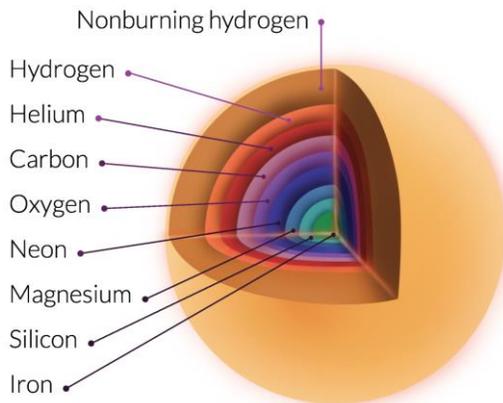


Figura 1. Representación esquemática de los elementos químicos sintetizados en la fusión estelar. Los elementos más pesados se producen en la materia estelar densa. Figura tomada de Menezes (2021).

Una estrella puede encontrar su fase final en cualquiera de los quemados nucleares,

dependiendo de su masa, como una violenta explosión que expulsa la mayor parte del material estelar fuera de la estrella (Klapp & Corona-Galindo, 1994).

2.1. Formación de objetos compactos

En el caso de explosiones de supernovas y nebulosas planetarias, las estrellas tienen como remanentes estelares a los llamados *objetos compactos*, regiones de alta densidad, radios pequeños y campos gravitatorios extremadamente fuertes. Un objeto compacto se distingue por su *razón de compacidad*, y de acuerdo con ésta, puede ser una *enana blanca (WD)**, *estrella de neutrones (NS)* o un *agujero negro (BH)* (Kippenhahn et al., 2012). Algunas características de estos objetos se muestran en la **Tabla 1** donde la *razón de compacidad* se ha definido como

$$u = \frac{GM}{Rc^2}. \quad (1)$$

donde u es la razón de compacidad, $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2}$ es la constante de gravitación universal, M es la masa del



objeto, R el radio del objeto y $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ es el valor de la rapidez de la luz.

Las estrellas con una masa inicial por debajo de $\sim 6M_{\odot}$ pierden la suficiente masa como para que el remanente estelar alcance el límite de Chandrasekhar ($1.4 M_{\odot}$).

Estas estrellas terminarán su vida como enanas blancas, con un núcleo de He, o C y O, dependiendo de su masa inicial. Al final la *enana blanca* se enfriará progresivamente debido a la pérdida de energía convirtiéndose en una *enana negra* (Glendenning, 1996).

Tabla 1. Características de los objetos compactos comparadas con las del Sol. Adaptada de (Shapiro & Teukolsky, 1983).

Objeto Compacto	Masa (M_{\odot})	Radio (R_{\odot})	Densidad (gcm^{-3})	u
Sol	1	1	1	10^{-6}
Enana Blanca	≤ 1	$\sim 10^{-2}$	$\leq 10^7$	$\sim 10^{-4}$
Estrella de Neutrones	1 - 3	$\sim 10^{-6}$	$\leq 10^{15}$	$\sim 10^{-1}$
Agujero Negro	M	$\frac{2GM}{c^2}$	$\sim \frac{M}{R^3}$	~ 1

Para estrellas de masa ligeramente mayor que $\sim 8M_{\odot}$ la fusión nuclear continúa hasta

que se forman los elementos del grupo del hierro. La extracción adicional de energía mediante reacciones de fusión no es posible porque los núcleos del grupo del hierro tienen la energía de enlace más alta por nucleón. La densidad de electrones disminuye y también lo hace la presión de electrones que mantenía estable al núcleo.

Al mismo tiempo, los neutrones libres se forman en cantidades cada vez mayores. Eventualmente, el núcleo se contrae y colapsa rápidamente hasta que se alcanzan las densidades nucleares y los neutrones se degeneran. La presión de degeneración de neutrones es suficiente para evitar una mayor compresión y se forma una estrella de neutrones (Hoyng, 2006).

Finalmente, si la masa del remanente estelar es mucho mayor que la masa máxima posible para una estrella de neutrones, ésta continuará colapsando de tal manera que el campo gravitatorio se vuelve cada vez más fuerte y el resultado final es un agujero negro: una región del espacio-tiempo de la que ni siquiera la luz puede escapar (Shapiro & Teukolsky, 1983).

3. Aspectos teóricos



Debido a las características de las estrellas de neutrones y las condiciones que se esperan en su interior, su descripción usando las ecuaciones de estructura y evolución estelar está lejos de ser aceptable. Esto requiere trabajar con las ecuaciones de la relatividad general, en particular, aquellas que describen a un fluido perfecto. Un fluido perfecto se define físicamente como un fluido que no presenta viscosidad ni conducción térmica.

La relatividad general describe los efectos geométricos que la materia y la energía tienen sobre el espacio-tiempo. Esta descripción se hace a través de las ecuaciones de campo (Baez & Bunn, 2005):

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2)$$

donde $G_{\mu\nu}$ es el tensor de Einstein y $T_{\mu\nu}$ es el tensor de energía-momento. Las características de los objetos compactos son tan especiales que una primera aproximación para describirlos dentro de la relatividad general es tratarlos como fluidos perfectos, y debido a que estos no presentan conducción térmica ni viscosidad se espera que la densidad de energía y la presión sean las

cantidades suficientes para describirlo. Así, el tensor de energía-momento para fluidos perfectos está dado por (Hawking & Ellis, 1975):

$$T_{\mu\nu} = (P + c^2\rho)u_\mu u_\nu + P g_{\mu\nu} \quad (3)$$

donde P es la presión, el producto de la rapidez de la luz al cuadrado y la densidad de materia $c^2\rho$ es la densidad de materia-energía, u_μ es conocido como el cuadrivector velocidad en su forma covariante y $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico del espacio-tiempo al interior del fluido perfecto.

De manera similar, la métrica describe la deformación del espacio-tiempo debido a las distribuciones de densidades de materia y energía. Para una simetría esférica de un cuerpo sin rotación ésta viene dada por (Wald, 1984):

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + B(r)dr^2 + r^2(d\theta^2 + \theta^2 d\phi^2) \quad (4)$$



donde $A(r)$ es una función desconocida llamada la componente temporal de la métrica, de igual forma $B(r)$ es la componente espacial (actuando sobre la componente radial) de la métrica, t es la coordenada asociada al tiempo, r es la coordenada radial, θ es la coordenada polar, ϕ la coordenada azimutal y donde

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \text{sen}^2(\theta)d\phi^2 \quad (5)$$

es el diferencial del ángulo sólido.

3.1. Resultados de la Relatividad General sobre los objetos compactos

Las soluciones de las ecuaciones de campo de Einstein que describen la métrica interior dentro de una distribución de materia-energía se denominan soluciones interiores, se conocen algunas decenas de estas (Delgaty & Lake, 1998). La mayoría de los teoremas generales que estas soluciones deben satisfacer son:

- La geometría exterior está dada por la métrica de Schwarzschild (Schwarzschild, 1999a):

$$S^2 = -c^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + d\Omega^2 \quad (6)$$

- Estabilidad de la solución, establecida por Chandrasekhar (1964):

$$\gamma = \frac{c^2 \rho + P}{P} \frac{\partial P}{\partial \rho} > \frac{4}{3} \quad (7)$$

donde γ es el índice adiabático.

- La máxima razón de compacidad (Buchdahl, 1959):

$$\frac{GM}{Rc^2} \leq \frac{4}{9} \quad (8)$$

- La presión central mínima (Leibovitz, 1969):

$$P_c \geq \frac{3M^2}{2R^4} \quad (9)$$

1) Soluciones que asumen una forma específica del componente temporal de la métrica. En esta situación las ecuaciones de



Einstein nos llevan a una serie de ecuaciones diferenciales que relacionan las funciones desconocidas de la métrica (componente temporal $A(r)$) a las funciones de estructura del fluido perfecto (presión P). Además, al considerar la conservación de la energía $\nabla^\mu G_{\mu\nu} = 0$, se obtiene una ecuación diferencial extremadamente importante (Leibovitz, 1969):

$$P' = -\frac{1}{2} \frac{(P + c^2 \rho) A'}{A} \quad (10)$$

donde $P' = \frac{dP}{dr}$, $A' = \frac{dA}{dr}$. Entonces, una vez fijada la función $A(r)$, se puede dar una solución a las ecuaciones de Einstein y construir modelos para estrellas de neutrones. Sin embargo, para que la solución sea físicamente significativa, es decir, que describa la materia dentro de una estrella de neutrones, se deben cumplir al menos las siguientes condiciones (Delgaty & Lake, 1998):

- Que las funciones de densidad (ρ) y presión (P) sean definidas positivas en el centro de la estrella y sean funciones decrecientes en la coordenada radial.

- La presión se anule en la superficie de la estrella, suponiendo que la estrella esté aislada.
- Que la velocidad del sonido en el interior sea mucho menor que la velocidad de la luz, es decir $v_s^2 < c^2$.

Estas condiciones no son las únicas, pues existen otras condiciones referidas a los valores esperados de presión y densidad centrales, así como condiciones referidas a los valores de la energía (Buchdahl, 1959).

2) *Ecuaciones TOV*: Los supuestos del trabajo de Tolman se refieren al campo gravitatorio (potencial gravitatorio) a grandes distancias y las condiciones de contorno para la presión y la densidad. Por lo tanto, la materia sin rotación y la simetría esférica se describen mediante las ecuaciones de estructura (Oppenheimer & Volkoff, 1939; Tolman, 1939):

- Equilibrio hidrostático:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2} \frac{\left(1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{M(r)c^2}\right)}{\left(1 - \frac{GM(r)}{r^2 c^2}\right)} \quad (11)$$



- Conservación de masa:

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi\rho(r)r^2 \quad (12)$$

- Ecuación de estado:

$$P = P(\rho) \quad (13)$$

En este formalismo, la ecuación de estado es necesaria para poder resolver las ecuaciones de estructura, pero no para la solución a través de la componente temporal de la métrica. Dado que la ecuación de estado propicia en la primera es función de la coordenada radial, no describe los procesos termodinámicos presentes en el interior de la estrella de neutrones sino únicamente sus características globales (masa, corrimiento al rojo y densidad y presión superficiales, que son difíciles de medir para estrellas de neutrones aisladas). Sin embargo, el conocimiento de la ecuación de estado solo es posible a través del formalismo de la física nuclear, que se espera que sea discutido en el siguiente artículo.

4. Implicaciones de la ecuación de estado sobre la masa límite de las estrellas de neutrones

Los estudios observacionales más recientes están enfocados en la determinación de las restricciones que la ecuación de estado relativista tiene sobre las propiedades de las estrellas de neutrones, en particular, sobre la masa y el radio (Özel & Freire, 2016).

4.1. Límites de masa

Las mediciones de masa a través de la observación de sistemas binarios parecen tender hacia un valor límite (véanse la **Figura 2** y **Figura 3**), el cual tiene fuertes implicaciones sobre la ecuación de estado relativista.

En este sentido, estas observaciones confirman las afirmaciones de Tolman, Chandrasekhar y Landau para los objetos compactos (Chandrasekhar, 1939; Landau, 1939; Tolman, 1939), ya que se predice un valor límite en la masa de estos objetos.



Mass distribution of neutron stars in binary pulsar systems

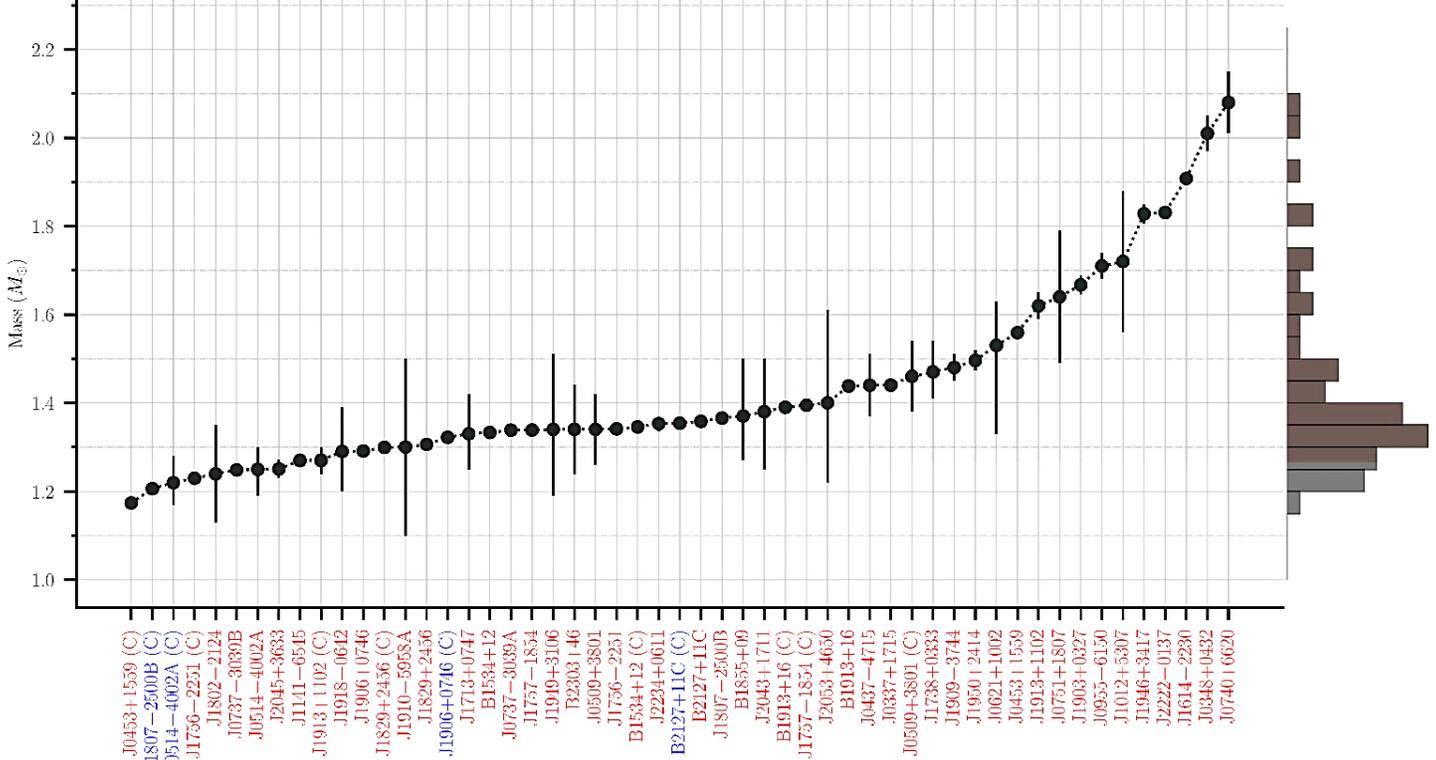


Figura 2. Se presentan las mediciones de masa de las estrellas de neutrones, ordenadas por masa creciente. La letra C entre paréntesis indica un compañero de un pulsar que en sí mismo no es un pulsar. Los nombres en azul son los casos en los que dicho compañero podría ser una estrella de neutrones (NS) o una enana blanca (WD) masiva, los nombres en rojo son para NS confirmadas. A la derecha, tenemos un histograma de las masas de las NS. Figura creada por Vivek V. Krishnan.

De esta manera, encontrar el valor de la masa límite para las estrellas de neutrones es de particular interés en las mediciones de masa debido a sus implicaciones directas sobre la evolución de las estrellas de neutrones y su ecuación de estado, ya que el valor de la masa límite de las estrellas de neutrones puede descartar a las ecuaciones de estado que tienen valores por debajo de los esperados para el valor observacional de la masa límite.

Una discusión más completa acerca de las implicaciones que la ecuación de estado

tiene sobre las propiedades observacionales se puede llevar a cabo considerando el marco teórico de la física nuclear, en la cual se toman en cuenta las interacciones entre partículas a densidades nucleares y que tiene importantes constricciones sobre parámetros tales como la temperatura. Además de que se hace difícil corroborar los resultados de la relatividad general ya que supone que las estrellas de neutrones se encuentren aisladas



y sin rotación, lo cual es difícil de observar debido a sus bajas luminosidades y sus

tamaños de decenas de kilómetros.

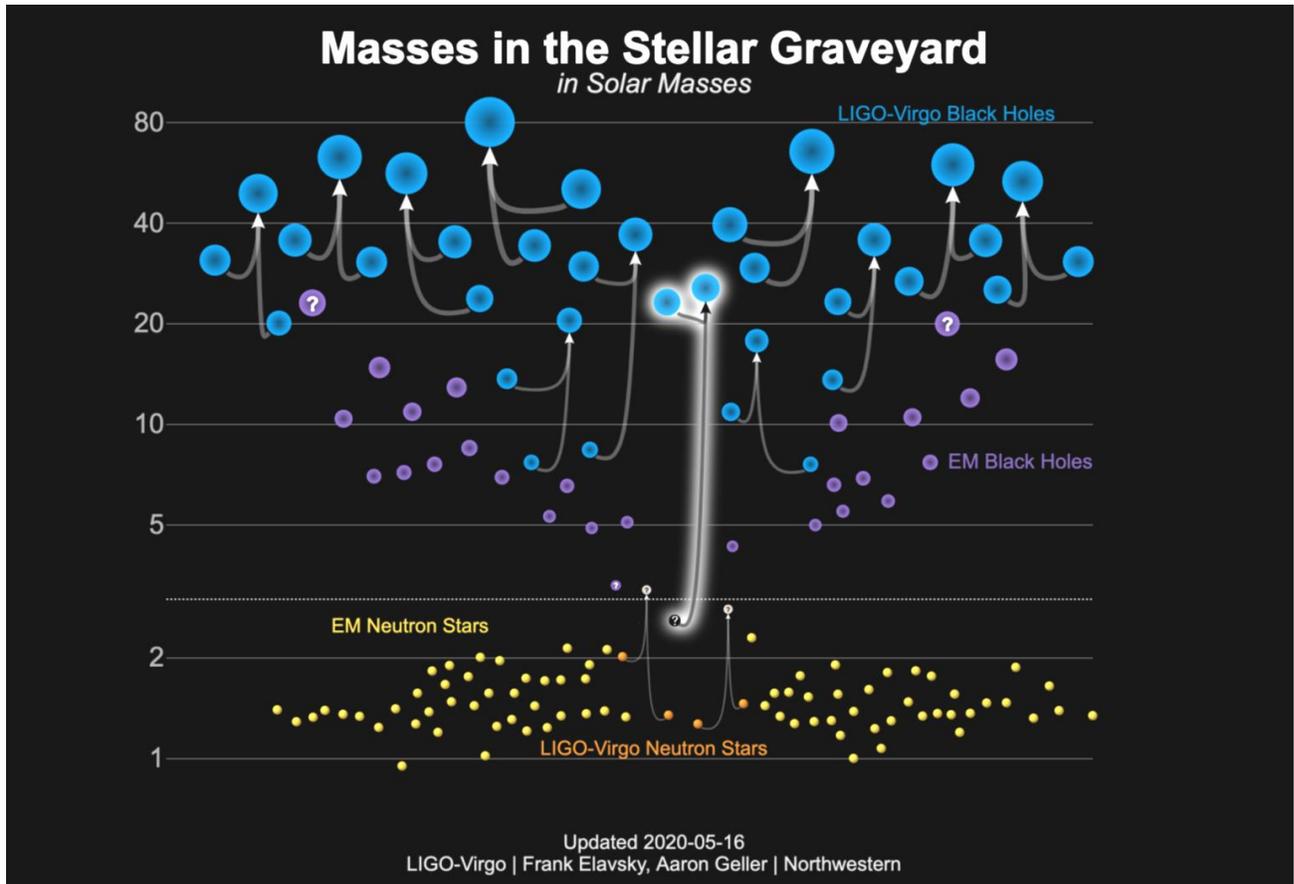


Figura 3. La población de objetos compactos (agujeros negros y estrellas de neutrones observados con ondas gravitacionales y con astronomía electromagnética, incluidos algunos que son inciertos. Fuente: <https://media.ligo.northwestern.edu/gallery/mass-plot>

4. Conclusiones

Hemos discutido la formación de objetos compactos y destacado que una descripción adecuada solo puede ser dada considerando la relatividad general. También, hemos

presentado los teoremas y restricciones que este enfoque impone sobre los parámetros de estructura de los objetos compactos, en particular, las estrellas de neutrones. Surgen de esta forma una limitación observacional y teórica: por un lado, las hipótesis sobre las



cuales se basan las ecuaciones de la relatividad general (aislamiento y no rotación) no se satisfacen observacionalmente y por el otro, que ésta no nos dice nada acerca de la composición interna y las mediciones de temperatura y flujo radiativo. Esto último puede ser abordado desde el marco de la física nuclear y las hipótesis que ésta hace sobre la materia densa y su interacción con la radiación.

Pretendemos abordar los resultados de la física nuclear y su implicación sobre la estructura de las estrellas de neutrones y sus propiedades observacionales en un siguiente artículo de revisión.

Referencias bibliográficas

Baade, W., & Zwicky, F. (1934). On supernovae. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 20(5), 254-259.

<https://doi.org/10.1073/pnas.20.5.254>

Baez, J. C., & Bunn, E. F. (2005). The meaning of Einstein's equation. *American Journal of Physics*, 73(7), 644-652.

<https://doi.org/10.1119/1.1852541>

Buchdahl, H. A. (1959). General relativistic fluid spheres. *Physical Review*, 116(4),

1027-1034.

<https://doi.org/10.1103/PhysRev.116.1027>

Chadwick, J. (1932). Possible existence of a neutron. *Nature*, 129(3252), 312-312.

<https://doi.org/10.1038/129312a0>

Chandrasekhar, S. (1939). *An Introduction to the Study of Stellar Structure*. Chicago University Press.

Delgaty, M. S. R., & Lake, K. (1998). Physical acceptability of isolated, static, spherically symmetric, perfect fluid solutions of Einstein's equations. *Computer Physics Communications*, 115(2), 395-415.

[https://doi.org/10.1016/S0010-](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(98)00130-1)

[4655\(98\)00130-1](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(98)00130-1)

Gamow, G. (1937). *Structure of atomic nuclei and nuclear transformations*. Clarendon Press.

Glendenning, N. K. (1996). *Compact stars: Nuclear Physics, Particle Physics and General Relativity*. Springer US.

[http://link.springer.com/10.1007/978-1-](http://link.springer.com/10.1007/978-1-4684-0491-3)

[4684-0491-3](http://link.springer.com/10.1007/978-1-4684-0491-3)

Hawking, S. W., & Ellis, G. F. R. (1975). *The large scale structure of space-time*. Cambridge University Press.



Hoyng, P. (2006). Relativistic astrophysics and cosmology: A primer. Springer Science & Business Media.

Kippenhahn, R., Weigert, A., & Weiss, A. (2012). Stellar structure and evolution. Springer.

<http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-30304-3>

Klapp, J., & Corona-Galindo, M. G. (1994). Evolución estelar II. Nucleosíntesis explosiva, evolución y la Supernova 1987a (J. Klapp & M. G. Corona-Galindo, Eds.; Temas selectos de astrofísica, cosmología y partículas elementales). Ediciones técnico científicas.

Landau, L. D. (1939). On the theory of stars. Phys. Z. Sowjetunion, 1(285), 152.

Leibovitz, C. (1969). Spherically symmetric static solutions of einstein's equations. Physical Review, 185(5), 1664-1670. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.185.1664>

Menezes, D. P. (2021). A neutron star is born. Universe, 7(8), 267. <https://doi.org/10.3390/universe7080267>

Oppenheimer, J. R., & Volkoff, G. M. (1939). On massive neutron cores. Physical

Review, 55(4), 374-381. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.55.374>

Özel, F., & Freire, P. (2016). Masses, radii, and the equation of state of neutron stars. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 54(1), 401-440. <https://doi.org/10.1146/annurev-astro-081915-023322>

Schwarzschild, K. (1999a). On the gravitational field of a mass point according to Einstein's theory. <https://doi.org/10.48550/arXiv.physics/9905030>

Schwarzschild, K. (1999b). On the gravitational field of a sphere of incompressible fluid according to Einstein's theory. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.PHYSICS/9912033>

Shapiro, S. L., & Teukolsky, S. A. (1983). Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects (1.a ed.). Wiley. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9783527617661>

Tolman, R. C. (1939). Static solutions of einstein's field equations for spheres of



Naturaleza y Tecnología
Mayo Agosto 2023
ISSN 2007-672X
Universidad de Guanajuato

fluid. *Physical Review*, 55(4), 364-373.

<https://doi.org/10.1103/PhysRev.55.364>

Wald, R. M. (1984). *General relativity*.
University of Chicago Press.